

جبر بول

1. جبر بول

- هو جبر تأخذ فيه المتغيرات دون المرور بحالة وسيطة.
إذا اعتبر زرا ضاعطا ما، فإنه يكون في
- لا يوجد تأثير فيزيائي على الزر، نقول أنه
- يوجد تأثير فيزيائي على الزر، نقول أنه
كذلك بالنسبة للمصباح مثلا:
- إذا كان منطفئا (عدم مرور التيار)، نقول أنه
- إذا كان متوهجا (مرور التيار)، نقول أنه
إذا نحن أمام
ملاحظة: هناك نوعان من
ملمس للفتح و نرّمز له ..
اللامس:
ملمس للغلق و نرّمز له ..

2. الدوال المنطقية الأساسية

1.2.

التركيب باللامس	المتعامل المنطقي	
	الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي

جدول الحقيقة: يلخص جدول الحقيقة كل حالات متغيرات الخروج المناسبة لكل التوفيقات المحتملة لمتغيرات الدخول

حيث:

a: هو متغير و s: هو متغير
المعادلة: $s =$

a	S

2.2.

التركيب باللامس	المتعامل المنطقي	
	الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي

جدول الحقيقة: a : هو متغير و S : هو متغير

a	S

المعادلة: $S =$ و تقرأ:

3.2.

التركيب باللامس	المتعامل المنطقي	
	الرمز الأوروبي	الرمز الأمريكي

جدول الحقيقة:

و : هما متغيرا و S : هو متغير
المعادلة: $S =$ و تقرأ:

a	b	S

4.2.

التركيب باللامس	المتعامل المنطقي	
	الرمز الأوروبي	الرمز الأمريكي

جدول الحقيقة: a و b : هما متغيرا و S : هو متغير
المعادلة: $S =$ و تقرأ:

a	b	S

4.3.

جدول الحقيقة: a و b : هما متغيرا و S : هو متغير

a	b	S

التركيب باللامس	المتعامل المنطقي	
	الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي

3. الدوال المنطقية المركبة 1.3.

هي دالة ناتجة عن تجميع الدالة " " و الدالة " "

التركيب باللامس	المتعامل المنطقي	
	الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي

جدول الحقيقة: a و b: هما متغيرا و S: هو متغير.....

=S

المعادلة:

a	b	S

2.3.

هي دالة ناتجة عن تجميع الدالة " " و الدالة " ".

التركيب باللامس	المتعامل المنطقي	
	الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي

جدول الحقيقة: a و b : هما متغيرا و S : هو متغير.....

a	b	S

المعادلة: $=S$

4. نظرية "DE MORGAN"
نستطيع كتابة معادلة كل من الدالتين "لا و" و "لا أو" كالتالي:

$$= S$$

$$= S$$

و منه نستنتج نظرية دو مورغان:

-
-

5. خصائص الجبر المنطقي:

لتكن a, b, c ثلاث متغيرات منطقية:

خاصية التبديل:

$$a \cdot b \quad \text{و} \quad = a + b$$

=

$$a + (b +$$

خاصية التجميع:

= c)

$$c \pm (a \cdot b)$$

و

$$= c \pm (a + b)$$

خاصية التوزيع:

=

$$a+ab$$

خاصية الامتصاص:

= a

مثال: أثبت أن:

$$a \bar{b} + a \bar{b} c d = a \bar{b} \dots\dots\dots$$

.....

$$x + x y + x + x \bar{y} \bar{z} = x \dots\dots\dots$$

.....

.....

.....

$$a b + a b c + a b \bar{c} d = a b \dots\dots\dots$$

.....

$$x + \bar{x} + x y + z + x y z = 1 \dots\dots\dots$$

.....

.....

.....

$$a + \bar{a}b = a + b$$

قاعدة مضاعف المكمل:

مثال:

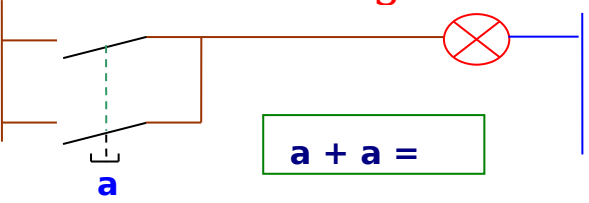
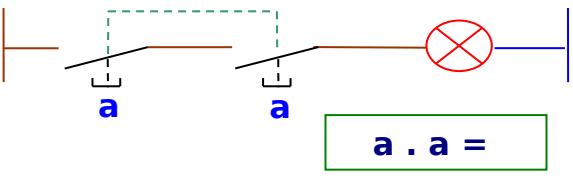
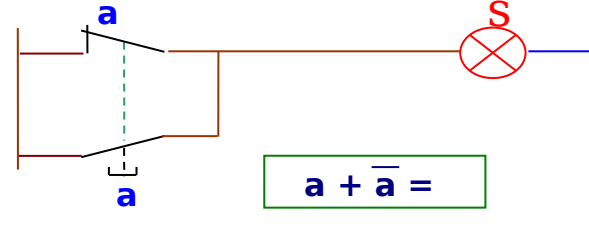
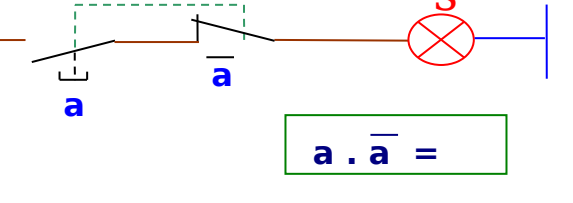
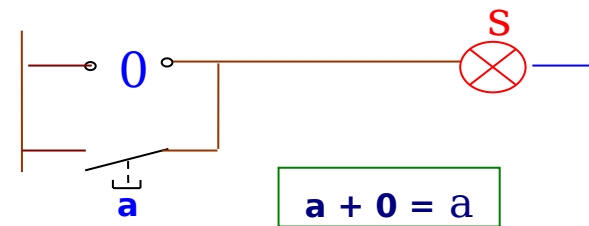
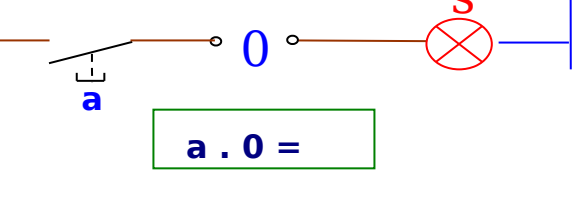
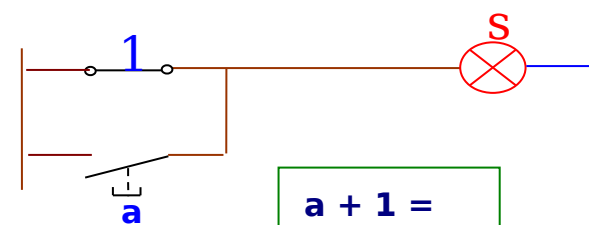
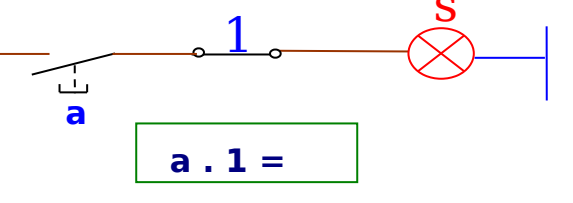
$$a + ab + \bar{a}bc + a\bar{b}c =$$

.....

.....

6. العلاقات المنطقية الشهيرة:

7

 $a + a =$	 $a . a =$
 $a + \bar{a} =$	 $a . \bar{a} =$
 $a + 0 = a$	 $a . 0 =$
 $a + 1 =$	 $a . 1 =$

اختزال المعادلات المنطقية

- الهدف: إيجاد صيغة جديدة للمعادلة المنطقية بأقل عدد من الحدود بغية سهولة تمثيلها منطقيا أو كهربائيا.
- الطرق: هناك طريقتان للاختزال هما:
 - تعتمد على استعمال
 - تعتمد على استعمال

1.7. الاختزال

اختزل جبريا المعادلات المنطقية التالية:

$$P = (a + \bar{b}) (b + \bar{c}) (c + \bar{a}) \dots\dots\dots$$

$$Q = (a + b + c) (a + \bar{b} + c) (a + \bar{b} + \bar{c})$$

$$R = a b c + a \bar{b} (\bar{a} \bar{c})$$

$$S = \bar{a} c (\bar{a} b d) + \bar{a} b \bar{c} \bar{d} + a \bar{b} c$$

$$T = a b c + a b \bar{c} + a \bar{b} c$$

$$U = (\bar{a} + b) (a + b + d) \bar{d}$$

$$V = (a + b) (a + c) + (b + c) (b + a) + (c + a) (c + b)$$

1.8. الاختزال.....:

يتضمن جدول كارنو خانة حيث ... عدد متغيرات الدخول
(مثال:.....).

- كل خانة توافق توفيقه ممكنة لمتغيرات الدخول.
- كل توفيقه من توفيقات المعادلة تمثل في الجدول بالعدد « 1 » في الخانة التي تناسبها.

يمكن بعد ذلك تجميع الخانات التي تحتوي على « 1 » 2,4, 8, ..., 2n ثم اختزال المتغيرات التي تغير من حالتها في عند التجميع وفق التالي:

تجميع خانتين يقصي متغير واحد

تجميع 2^x خانة يقصي x متغير.

مثال: اختزل هندسيا المعادلات التالية:

$$T_1 = x y z + x y \bar{z} + \bar{x} y \bar{z} + \bar{x} y z$$

$$T_2 = x \bar{y} \bar{z} + x y \bar{z} + x y z + x y \bar{z}$$

$$T_3 = y w + z w + \bar{z} w + \bar{x} y \bar{z} \bar{w} + x y \bar{z}$$

$$T_4 = x y z + z (x \bar{y} + \bar{x} y)$$

xy	00	01	11	10
0				
1				

$T_1 =$

xy	00	01	11	10
0				
1				

$T_2 =$

xy	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$T_3 =$

xy	00	01	11	10
0				
1				

$= T_4$

1.9. تمثيل المعادلات المنطقية بالبوابات "لاو" "NAND" و البوابات "لا أو" "NOR"

- صياغة المعادلات من شكل "مجموع جداءات" متغيرات الدخول: مجموع حدود مكونة من جداءات متغيرات الدخول يسمح بتمثيلها بواسطة البوابات "لاو".
- صياغة المعادلات من شكل "جداء مجاميع" متغيرات الدخول: جداء حدود مكونة من مجموع متغيرات الدخول يسمح بتمثيلها بواسطة البوابات "لا أو".

مثال: استخراج المعادلات المنطقية المختزلة مما يأتي:

c	a	b	00	01	11	10
00	1	1	1	1	1	1
01	1	1	1	1	1	1
11	0	1	1	1	0	0
10	0	1	1	1	0	0

ab	c	00	01	11	10
00	1	0	0	1	1
01	0	1	1	0	0
11	0	1	1	0	0
10	1	0	0	1	1

ab	c	00	01	11	10
00	1	0	0	1	1
01	1	1	1	1	1
11	1	1	0	0	0
10	0	0	0	0	0

$M =$

$N =$

$P =$

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	1	0

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	0	1	1
11	0	1	0	1
10	1	1	1	1

R =

S =

T =

ab \ cd	00	00	01	01	11	11	10	10
00	0	1	1	0	0	1	1	0
01	0	1	1	0	0	1	1	0
11	0	1	1	0	0	1	1	0
10	0	1	1	0	0	1	1	0

ab \ cd	00	00	01	01	11	11	10	10
00	0	1	1	0	0	1	1	0
01	0	0	0	1	1	1	1	0
11	0	0	0	1	1	1	1	0
10	0	0	0	1	1	1	1	0

K =

H =